粘性減衰力が立体鋼骨組構造の非線形振動応答に及ぼす影響について

設計工学講座　　山下　将一

1. 研究の背景と目的

構造物を架設する際に，材料費をより低く抑えることは必須である。材料として鋼材を使用する場合，同じ長さであれば，高い材料強度を有する鋼を使用して部材断面を小さくするほど材料費は減少する。しかし，そのような鋼材で単純に組み立てられた鋼構造物は，作用する外力に対して静的には要求強度を有していても，動的には必要な強度を有していない可能性がある。こうした場合，動的強度を照査する必要があるが，その前提として，鋼構造物の動的応答特性を明確にしなければならない。

本研究は，鋼構造物の非線形振動応答に着目し，鋼骨組構造の平面及び立体モデルの非線形振動応答に及ぼす粘性減衰力の影響を調べ，その影響から見出せる鋼骨組構造の非線形振動応答の特性を明らかにすることを目的として行った。なお，非線形振動応答として，特に変位の時刻歴応答に着目した。

2. 数値解析法の要点

変位の時刻歴応答は，次式(1)で表される運動方程式を各時刻において解くことにより求められる。

$$[M]\{\Delta\ddot{D}\}+[C_n]\{\Delta\dot{D}\}+[K_n]\{\Delta D\} = \{\Delta F\}+\{F_n\}-\{R_n\}-\{I_n\}-\{A_n\} \quad (1)$$

ここで，$[M]$は質量マトリクス，$[C_n]$は減衰マトリクス，$[K_n]$は剛性マトリクス，$\{\Delta D\}$は加速度増分ベクトル，$\{\Delta\dot{D}\}$は速度増分ベクトル，$\{\Delta D\}$は変位増分ベクトル，$\{\Delta F\}$は外力増分ベクトル，$\{F_n\}$は外力ベクトル，$\{R_n\}$は復元力ベクトル，$\{I_n\}$は慣性力ベクトル，$\{A_n\}$は減衰力ベクトルである。添字 n は時刻 $t=t_n$ におけるマトリクスまたはベクトルであることを表す。

時刻 t_n までの変位 D_n，速度$\dot{D}_n$，加速度$\ddot{D}_n$ はすでに求められているものとする。時刻 t_{n+1} までの時間増分Δt と外力増分ΔF が与えられると，式(1)から変位増分ΔD が求められる。このΔD より時刻 t_{n+1} における変位 $D_{n+1}=D_n+\Delta D$ が求まる。このような計算を繰り返すことにより，数値解析モデルの時刻歴応答が求まる。

また，式(1)における減衰マトリクス$[C_n]$は次式(2)で与える。

$$[C_n]=a_0[M]+a_1[K_n] \quad (2)$$

式(2)における係数 a_0，a_1 は次式(3)で与える。

$$a_0=\frac{2\omega_1\omega_2}{\omega_1+\omega_2}\xi \quad , \quad a_1=\frac{2}{\omega_1+\omega_2}\xi \quad (3)$$

ここで，ω_1は数値解析モデルの 1 次固有円振動数，ω_2は 2 次固有円振動数，ξは減衰定数である。式(1)における$[C_n]\{\Delta\dot{D}\}$の項が粘性減衰力を表す。減衰定数ξの値をゼロとすると粘性減衰力を与えない場合の時刻歴応答を得ることができ，ξをゼロでない値にすると粘性減衰力を与えた場合の時刻歴応答を得ることができる。

3. 基部加振試験結果と数値解析結果の比較

3.1 基部加振試験の概要

本研究で用いた数値解析法の妥当性を確認するため，米国 Buffalo 大学で行われた基部加振試験 [1)]の結果と数値解析結果の比較を行った。基部加振試験で使用された試験体(Specimen)は，1400N～3800N の重りを 4 本の鋼柱で支える構造である。試験体に対して，まず自由振動試験が行われ，次に基部加振試験が行われた。最後に，支柱である鋼柱の一部を切断し，これを試験片とした引張試験が行われた。試験で使用された装置と計測器械の配置について図 1 に示す。

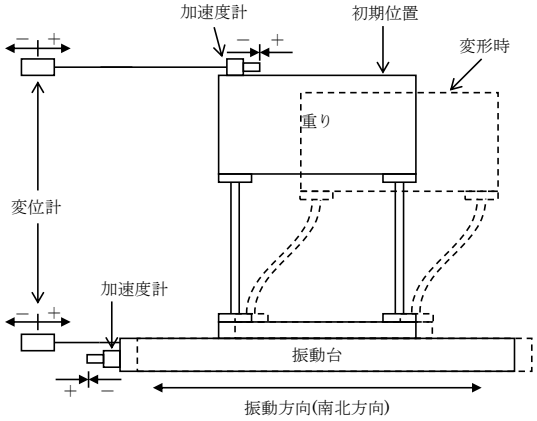


図 1 使用された装置と計測器械の配置

図 1 中の振動台はアクチュエーターにより南北方向に加振され，地震時の地動を再現する。試験では，地震時のモデル地動としてエルセントロ地震の地動加速度時刻歴が採用された。以後，この地動加速度時刻歴のことを「入力加速度」と呼ぶことにする。基部加振試験は試験体が倒壊するまで行われたが，入力加速度に対応させて振動台を動かし 1 回で倒壊させるのではなく，数回の試験を行い，最後の試験で倒壊さ

せるものであった。また，入力加速度は 1 回の試験ごとに強められた。入力加速度を強めながら行われた数回の試験は trial と呼ばれ，各 trial には番号が付けられ区別されている。

基部加振試験は 15 体の試験体に対して行われた。試験体の支柱である鋼柱の下端と上端には，鋼柱を振動台及び重りに対して剛に結合するためのベースプレートがろう付けされた。また，試験体の東西方向への振動やねじれ振動を防ぐため，鋼製の薄い帯板が X 字筋交いとして取り付けられた。試験体の略図を図 2 に示す。

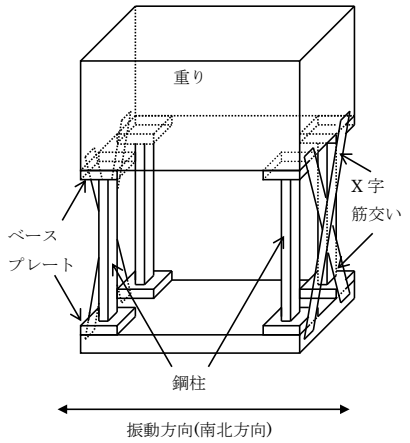


図 2 試験体略図

各試験体は，有効細長比がそれぞれ約 100, 150, 200 の 3 組に分けられる。鋼柱の寸法及び諸元を表 1 に示す。表 1 中の「Specimen」の欄で示される番号は，基部加振試験において各試験体に付けられていた番号である。また，各欄の諸元の値は，1 つの試験体を構成する 4 本の鋼柱それぞれについての値の平均値である。鋼柱は正方形断面なので，断面の寸法について「鋼柱の幅」のみで示した。「重量」の欄では，鋼柱 4 本で支える重りの重さを示している。

3.2 鋼柱の数値解析モデル化

基部加振試験における試験体の変位は，鋼柱が変形することによって現れる。そこで，ベースプレート及び鋼柱を，数値解析法で用いる骨組要素により図 3 のようにモデル化した。すなわち，鋼柱を 4 骨組要素で，ベースプレートを 1 骨組要素でモデル化した。以後，「鋼柱の数値解析モデル」と言うときは，図 3 のような 6 骨組要素からなるモデルのことを指している。この鋼柱の数値解析モデルには表 1 で示される諸元を与えた。また，節点変位の拘束について表 2 のように設定した。

3.3 平面及び立体骨組構造の数値解析モデル

本研究では，数値解析対象である試験体を平面骨組構造と立体骨組構造の両方でモデル化した。以後，前者を平面モデル，後者を立体モデルと呼ぶことにする。平面モデルと立体モデルで主に異なるのは，試験体の重りのモデル化とモデル化する鋼柱の本数である。重りはそれぞれ長さ・断面積の等しい 4 骨組要素に分割され（図 4），このうち 1 骨組要素のみを図 5(a)のように用いたモデルが平面モデルであり，4 骨組要素全てを図 5(b)のように鋼柱の数値解析モデル 4 本の上端どうしを結合するはりとして用いたモデルが立体モデルである。図 5(a), (b)中で「変位出力節点」と示されている節点は，数値解析結果の全体座標系 Y 軸方向変位を出力させる節点で，この節点の変位の時刻歴応答と，基部加振試験で測定された変位の時刻歴応答とを比較する。

表 1 各試験体の諸元

Specimen	有効細長比	鋼柱の高さ [mm]	鋼柱の幅 [mm]	ヤング係数 [N/mm^2]	降伏応力度 [N/mm^2]	重量 [N]
1	99.0	137.2	4.8	1.959×10^5	428.1	1437
2	97.1	137.4	4.9	1.880×10^5	434.9	2833
4	99.2	137.5	4.8	1.916×10^5	430.8	3767
5b	109.5	91.7	2.9	2.573×10^5	995.5	3767
6	152.0	412.4	9.4	2.027×10^5	364.7	3767
7	154.6	343.7	7.7	2.044×10^5	383.9	3767
8	158.5	274.5	6.0	2.056×10^5	428.8	3767
9	148.5	205.8	4.8	1.929×10^5	429.7	3767
10	153.1	137.0	3.1	2.099×10^5	304.1	1906
10b	170.0	137.4	2.8	2.903×10^5	1075.8	1906
11	202.5	549.5	9.4	1.985×10^5	391.4	2833
12	206.1	458.2	7.7	1.973×10^5	292.8	2833
13	211.4	366.1	6.0	2.045×10^5	435.8	2833
14	202.8	275.2	4.7	2.067×10^5	449.8	2833
15	204.3	182.8	3.1	2.077×10^5	290.8	1437

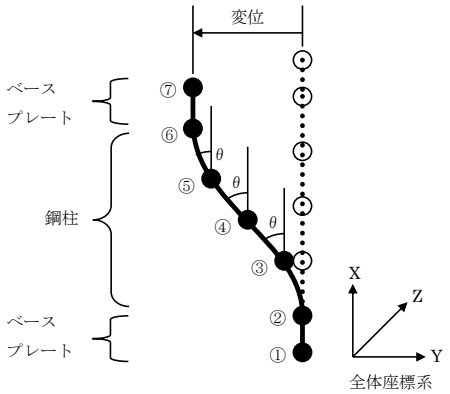


図 3 鋼柱の数値解析モデル（●は節点を表す）

表 2 節点変位の拘束（○：自由　×：拘束）

	節点の番号	全体座標系変位			全体座標系回転		
		X軸方向	Y軸方向	Z軸方向	X軸回り	Y軸回り	Z軸回り
ベースプレート（重り側）	⑦	○	○	×	×	×	×
	⑥	○	○	×	×	×	×
鋼柱	⑥	○	○	×	×	×	×
	③～⑤	○	○	×	×	×	○
	②	×	×	×	×	×	×
ベースプレート（振動台側）	②	×	×	×	×	×	×
	①	×	×	×	×	×	×

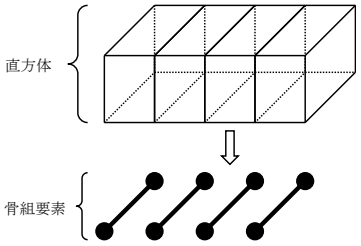
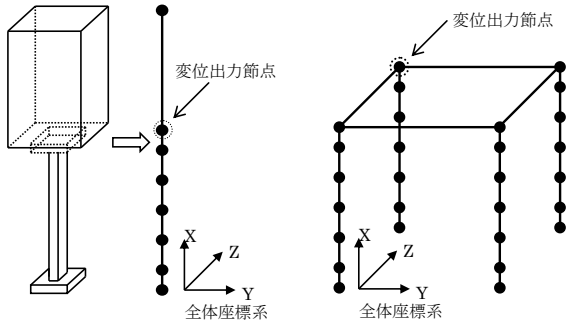


図 4 重りから骨組要素へのモデル化



(a) 平面モデル　(b) 立体モデル

図 5 平面及び立体骨組構造の数値解析モデル

3.4 減衰定数

減衰定数ξは基部加振試験に先立って行われた自由振動試験の結果から求められた。数値解析で用いた減衰定数を表 3 に示す。

表 3 数値解析で用いた減衰定数

Specimen	1	2	4	5b
ξ[%]	0.568	0.719	1.608	2.145

Specimen	6	7	8	9	10	10b
ξ[%]	0.718	1.260	1.594	1.326	2.907	2.085

Specimen	11	12	13	14	15
ξ[%]	1.755	1.449	1.493	1.649	7.377

3.5 試験結果と解析結果の比較

本研究では，鋼骨組構造の非線形振動応答の特性を明らかにすることを目的としているので，試験結果・解析結果の時刻歴変位応答のうち，振動応答の中立位置の移動が見られた結果（全 81 例中 70 例）について主に着目した（非線形振動応答を示しているかどうかを，振動応答の中立位置が移動しているかどうかで判断した）。振動応答の中立位置の移動は，数値解析法で用いる骨組要素の材料非線形性のため現れる。非線形振動応答を示している時刻歴変位応答を図 6 に示す（粘性減衰力を与えない場合をξ=0[%]としている）。図 6 では，線形自由振動試験結果より得られた減衰定数による粘性減衰力を与えたことにより，解析結果の時刻歴変位応答が試験結果とよく一致していることが分かる。なお，粘性減衰力を与えることにより解析結果と試験結果の良い一致がもたらされる例は，70 例中，平面・立体モデルに共通の 2 例（番号 6，7 のモデル）と立体モデルのみの 1 例（番号 11 のモデル）である。

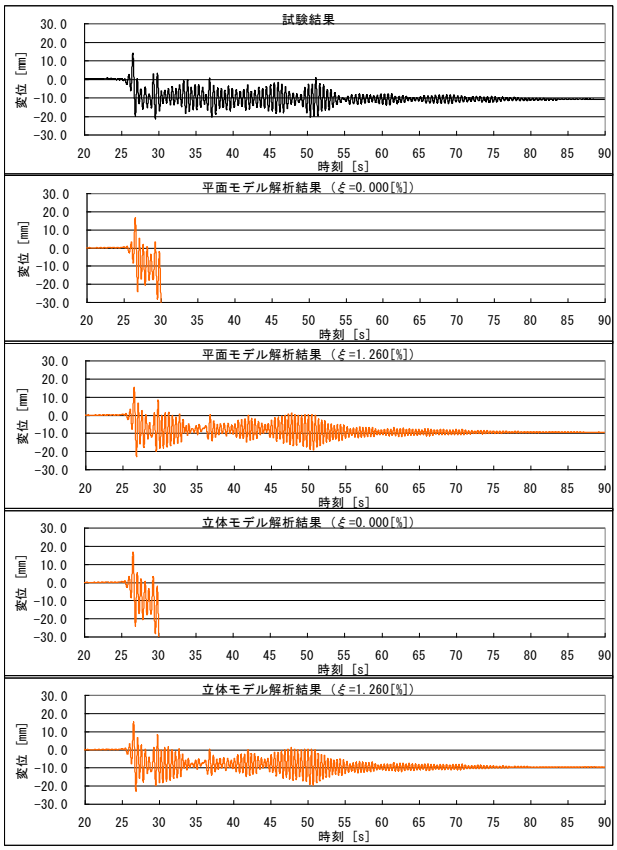


図 6 時刻歴変位応答(specimen 7 _trial 4)

また，粘性減衰力を与えなくても解析結果と試験結果の良い一致が見られる例が，平面・立体モデルともに 2 例（番号 4, 6 のモデル）ある。このうち，番号 4 のモデルは非線形振動応答を示した後，崩壊を示す応答まで試験結果とよく一致している。

4. 粘性減衰力の影響

4.1 修正減衰定数による時刻歴変位応答の変化

3.5 節で試験結果と解析結果の良い一致が見られなかった例に対して，平面モデルの解析結果の時刻歴変位応答が試験結果の時刻歴変位応答と一致するように選ばれた減衰定数ξ（以後，「修正減衰定数」と呼ぶことにする）を与えて行った解析結果について検討した。

修正減衰定数を選定する方法は次のようである。試験結果及び解析結果の時刻歴変位応答曲線について，ある範囲内の数十個の振幅の値から二乗平均平方根を求める。それぞれの二乗平均平方根の値の差が最小となる解析結果となるときの減衰定数を修正減衰定数として選定する。文献 2)ではこの方法を「振幅二乗平均平方根評価」と呼んでいる。図 7 に，平面モデルと同様に，修正減衰定数を与えたことにより立体モデル解析結果が試験結果に対して良い一致を示した例を示す。

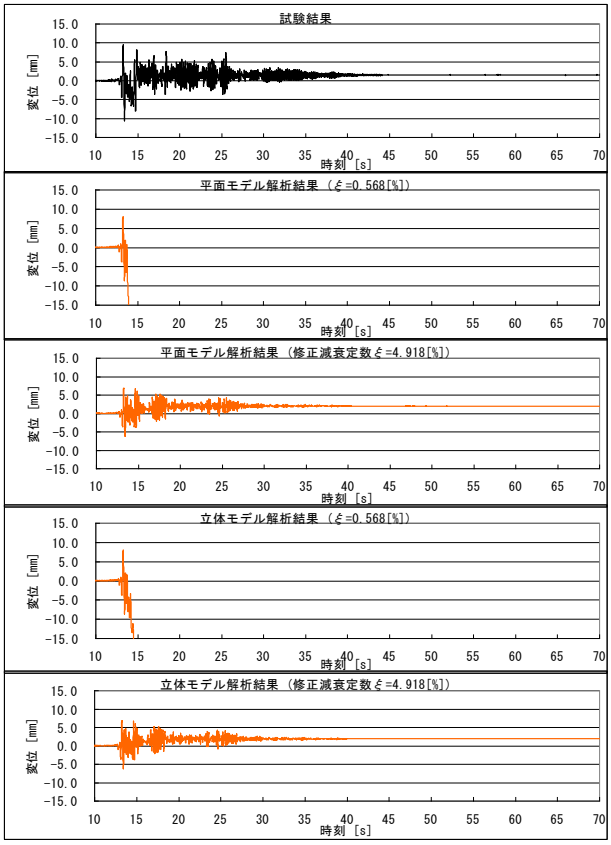


図 7 時刻歴変位応答(specimen 1 _trial 7)

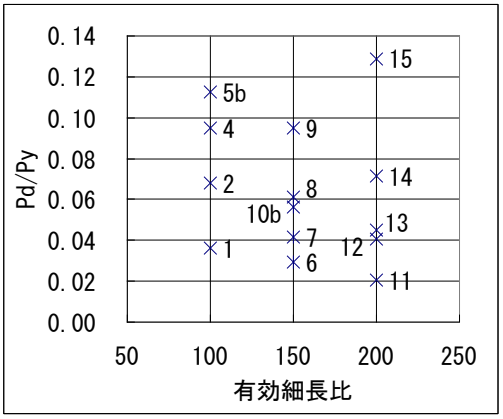
文献 2)では全 81 例から試験体が崩壊している 6 例を除いた 75 例について修正減衰定数を選定している。この 75 例のうち非線形振動応答を示す 64 例から 3.5 節で説明した 5 例を除いた 59 例のうち，図 7 のように修正減衰定数により立体モデル解析結果が試験結果に対して良い一致を示した例は 3 例である。3 例とも番号 1 のモデルである。このうち 1 例は平面モデルと立体モデルの応答に違いが見られ，立体モデル解析結果のほうが試験結果に対して良い一致を示している。

一方，修正減衰定数を与えても，試験結果と異なる（振幅・変位の大きさ，振動応答の中立位置の移動量・方向，崩壊する時刻，崩壊の有無について明らかに異なる）応答を示す解析結果が平面・立体モデルともに 56 例ある。この 56 例のうち 47 例(全てのモデルで見られる)では，試験結果とは異なるが，平面・立体モデルどうしの応答は等しい。残りの 9 例（番号 2，4，8，11，12，13，14 のモデルで見られる）は平面・立体モデルで応答が異なる。

4.2 試験体の諸元の違いによる応答の違い

前節で，修正減衰定数を与えても平面モデル及び立体モデルの解析結果が試験結果と異なる応答を示す例が存在することが判明したが，本節では解析結果が試験結果と異なる例がどのような場合に多いのか，試験体の諸元に着目して調べる。表 4 は，各試験体の有効細長比を横軸に，鋼柱 1 本が支える重量 P_d と降伏荷重 P_y(=σ_y・A（σ_y:降伏応力度，A: 鋼柱 1 本の断面積)）の比を縦軸にとったものである。

表 4 各試験体の有効細長比に対する P_d/P_y 比
（図中×印隣りの数字は試験体番号）



修正減衰定数を与えても解析結果が試験結果と異なる応答を示す例は全てのモデルで見られるが，特に番号 2，5 b，7，8，9，10b，11，12，13，14，15 のモデルでは非線形振動応答を示す解析結果全てが試験結果と異なる。表 4 より 2，5 b は P_d/P_y 比が 0.06 より大きい範囲にあり，7，8，9，10b は P_d/P_y 比が 0.04 より大きい範囲にあり，11，12，13，14，15 は P_d/P_y 比が 0.02 より大きい範囲にある。修正減衰定数を与えても，P_d/P_y 比が大きいほど，解析結果と試験結果の応答が異なる傾向が強くなる可能性がある（なお，番号 4 のモデルは，非線形振動応答を示した後，崩壊を示す例では試験結果とよく一致するが，非線形振動応答は示すが崩壊は示さない例では試験結果と異なる応答を示す)。また，P_d/P_y 比が小さくても，有効細長比が大きいと応答が異なる傾向が強くなる可能性がある。

5. 結論

(1) 修正減衰定数を与えても，P_d/P_y 比が大きいほど，解析結果と試験結果の応答が異なる傾向が強くなる可能性がある。

(2) P_d/P_y 比が小さくても，有効細長比が大きいと，修正減衰定数を与えた解析結果と試験結果の応答が異なる傾向が強くなる可能性がある。

6. 参考文献

1) Darren Vian，Michel Bruneau：Experimental Investigation of P-Delta Effects to Collapse During Earthquakes，2001

2) 上運天塁：鋼構造材の非線形振動応答における粘性減衰の評価について，琉球大学大学院理工学研究科修士論文，2007